

## PENYELESAIAN MASALAH MODEL TRANSPORTASI DENGAN MENGGUNAKAN METODE SIMPLEKS TRANSPORTASI

Yulia Haryono

STKIP PGRI SUMATERA BARAT

Email: [yuliaharyono85@gmail.com](mailto:yuliaharyono85@gmail.com)

**Abstrak.** Penyelesaian masalah model transportasi pada pendistribusian suatu barang dari suatu sumber (*supply*) ke tujuan (*demand*) dengan menggunakan beberapa tahap yaitu inisialisasi, pengoptimalan, dan iterasi. Pada tahap inisialisasi digunakan metode pendekatan *Vogel* untuk menentukan solusi basis awal, sedangkan pada tahap pengoptimalan digunakan metode *Multiplier* untuk menentukan solusi optimal. Jika pada tahap pengoptimalan solusi optimal belum diperoleh, maka dilanjutkan tahap iterasi digunakan metode *Multiplier* dan metode *Stepping Stone* untuk mendapatkan solusi tersebut.

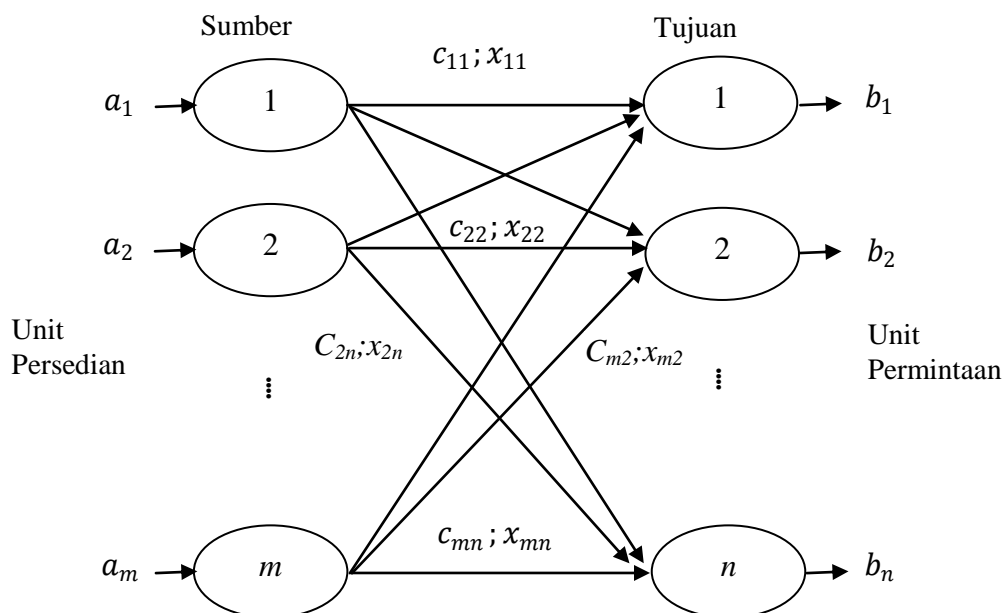
**Kata kunci:** metode pendekatan *Vogel*, metode *multiplier*, metode *Stepping Stone*, *reduce cost*, *shadow price*

### A. PENDAHULUAN

Persoalan pengalokasian komoditi dari beberapa sumber ke beberapa tujuan pada saat sekarang ini merupakan persoalan yang rutin terjadi, seperti sistem saluran air, minyak atau gas yang akan disalurkan kepada para pelanggan. Dalam hal pengalokasian ini, pendistribusian biasanya membutuhkan suatu strategi atau kebijaksanaan agar komoditi yang didistribusikan tersalur dengan baik dan biaya pengangkutan yang dikeluarkan dapat diminimalisir. Maka dari itu salah satu penyelesaian yang bisa dilakukan yaitu dengan menggunakan metode Simpleks Transportasi, dimana penyelesaiannya juga harus merupakan model transportasi yang seimbang, dengan maksud bahwa jumlah *supply* sama dengan jumlah *demand*. Model ini cenderung membutuhkan sejumlah kendala dan variabel dalam jumlah yang besar. Prosedur penyelesaian metode Simpleks Transportasi yang dilakukan melalui tiga tahap yaitu tahap inisialisasi (penentuan solusi basis awal), tahap pengoptimalan (pemeriksaan pada solusi basis awal yang telah didapat), dan tahap iterasi (penentuan *entering* dan *leaving variable*). Pada tahap inisialisasi digunakan pendekatan *Vogel* karena metode ini merupakan cara terbaik dalam penyelesaian basis awal. Tahap pengoptimalan dan iterasi digunakan metode *Multiplier* karena metode ini lebih efektif dari segi pengidentifikasian semua jalur dibandingkan dengan metode *Stepping Stone*.

## B. METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan yaitu dengan kajian literature/ pustaka dan studi kasus dari contoh soal yang diberikan, dengan mengambil beberapa kasus untuk dijadikan masalah dalam menyelesaikan persoalannya. Persoalan program linier adalah suatu persoalan optimasi yang melakukan hal-hal berikut ini: (1) berusaha memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan, (2) nilai/ besaran dari variabel-variabel keputusan harus memenuhi suatu himpunan kendala. Setiap kendala harus merupakan persamaan linier atau ketaksamaan linier, (3) suatu pembatas tanda dikaitkan dengan setiap variabel. Untuk setiap variabel  $x_i$ , pembatasan tanda akan menunjukkan apakah  $x_i$  harus nonnegative ( $x_i \geq 0$ ) atau  $x_i$  tidak terbatas. Persoalan transportasi yaitu persoalan yang membahas masalah pendistribusian suatu komoditas atau produk dari sejumlah sumber (*supply*) ke sejumlah tujuan (*demand*), dengan tujuan meminimumkan ongkos pengangkutan yang terjadi. Karakteristik khusus persoalan transportasi adalah: (a) terdapat sejumlah sumber dan sejumlah tujuan tertentu, (b) kuantitas komoditi atau barang yang akan didistribusikan dari setiap sumber dan yang diminta oleh setiap tujuan, besarnya tertentu, (c) komoditas yang dikirim atau yang diangkut dari suatu sumber ke suatu tujuan, besarnya sesuai dengan permintaan atau kapasitas sumber, (d) ongkos pengangkutan komoditas dari suatu sumber ke suatu tujuan, besarnya tertentu. Secara skematis model transportasi dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 1. Skema Persoalan Transportasi

$a_i$  adalah kapasitas masing-masing sumber,  $b_j$  adalah komoditas yang dibutuhkan oleh masing-masing tujuan,  $x_{ij}$  adalah jumlah satuan (unit) yang dikirimkan dari sumber  $i$  ke tujuan

j. cij adalah ongkos pengiriman per unit dari sumber i ke tujuan j. Dengan demikian, bila diasumsikan jumlah *demand* sama dengan jumlah *supply*, maka persoalan transportasi ini dalam bentuk persoalan program linier dapat ditulis sebagai berikut:

$$\text{Minimumkan } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

$$\text{Dengan kendala: } \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ untuk semua } i \text{ dan } j$$

Kendala diatas terdiri dari  $(m + n)$  sistem kendala, yang berasal dari  $m$  persamaan daerah asal dan  $n$  persamaan daerah tujuan. Tetapi hanya  $(m + n - 1)$  variabel dasar. Alasannya adalah bahwa kendala-kendala fungsionalnya merupakan kendala-kendala persamaan dan himpunan persamaan  $(m + n)$  mempunyai satu persamaan tambahan (kelebihan) yang dapat dihilangkan tanpa mengubah daerah fisibel. Kendala manapun dipenuhi dengan sendirinya bilamana  $m + n - 1$  kendala-kendala lain dipenuhi (hal ini dapat dibuktikan dengan memperlihatkan bahwa sebarang kendala *supply* adalah tepat sama dengan jumlah kendala *demand* dikurangi jumlah kendala-kendala *supply* yang lain, dan bahwa sebarang persamaan *demand* dapat juga ditimbulkan dengan menjumlahkan persamaan-persamaan *supply* dan mengurangi persamaan-persamaan *demand* yang lain).

**Tabel 1. Persoalan Transportasi**

| Tujuan<br>Sumber | T <sub>1</sub>    | T <sub>2</sub>    | ... | T <sub>j</sub>    | ... | T <sub>n</sub>    | Supply                                |
|------------------|-------------------|-------------------|-----|-------------------|-----|-------------------|---------------------------------------|
| S <sub>1</sub>   | $x_{11}$ $c_{11}$ | $x_{12}$ $c_{12}$ | ... | $x_{1j}$ $c_{1j}$ | ... | $x_{1n}$ $c_{1n}$ | $a_1$                                 |
| S <sub>2</sub>   | $x_{21}$ $c_{21}$ | $x_{22}$ $c_{22}$ | ... | $x_{2j}$ $c_{2j}$ | ... | $x_{2n}$ $c_{2n}$ | $a_2$                                 |
| ...              | ...               | ...               | ... | ...               | ... | ...               | ...                                   |
| S <sub>i</sub>   | $x_{i1}$ $c_{i1}$ | $x_{i2}$ $c_{i2}$ | ... | $x_{ij}$ $c_{ij}$ | ... | $x_{in}$ $c_{in}$ | $a_i$                                 |
| ...              | ...               | ...               | ... | ...               | ... | ...               | ...                                   |
| S <sub>m</sub>   | $x_{m1}$ $c_{m1}$ | $x_{m2}$ $c_{m2}$ | ... | $x_{mj}$ $c_{mj}$ | ... | $x_{mn}$ $c_{mn}$ | $a_m$                                 |
| Demand           | $b_1$             | $b_2$             | ... | $b_j$             | ... | $b_n$             | $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$ |

Metode simpleks transportasi digunakan karena persoalan transportasi merupakan persoalan pemrograman linier yang cenderung membutuhkan kendala dan variabel dalam jumlah besar. Tiga tahap dalam penyelesaian prosedur metode simpleks transportasi sebagai berikut: (1) tahap inisialisasi, merupakan tahap mendapatkan solusi basis awal dan pendekatan yang digunakan yaitu pendekatan *Vogel*. (2) tahap pengoptimalan, merupakan tahap pemeriksaan apakah solusi basis awal yang didapat pada tiap iterasi telah menghasilkan solusi optimal dengan metode yang

digunakan yaitu metode *Multiplier*. (3) tahap iterasi, merupakan tahap mendapatkan entering variable dan leaving variable dan metode yang digunakan yaitu metode *Stepping Stone*.

### C. HASIL DAN PEMBAHASAN

Bencana alam berupa gempa bumi dan tsunami yang terjadi di Aceh, Sumatera Barat, dan beberapa kawasan lain beberapa tahun yang lalu telah melumpuhkan aliran listrik, jaringan telekomunikasi, jaringan transportasi serta pasokan BBM pun lumpuh karena SPBU yang ada rusak diterjang tsunami. Untuk memenuhi sementara pasokan BBM, Pertamina membuat 3 buah depo darurat, masing-masing 2 di Banda Aceh dan 1 di Meulaboh, dengan *supply* dari Pertamina wilayah Medan dan Pematang Siantar. Permasalahan yang kemudian muncul adalah masalah adanya keterbatasan dari Medan dan Pematang Siantar dalam hal *supply* ke Aceh karena masyarakat di kedua kota ini membutuhkan pasokan yang besar. Untuk mengatasi masalah ini Pertamina menugaskan kedua stasiun pengisian ini untuk membagi tugas *supply* BBM ke Banda Aceh dan Meulaboh dengan catatan *supply* terpenuhi tetapi dengan meminimalisir biaya pengiriman. Berdasarkan data yang diperoleh bahwa depo I yang berada di Banda Aceh membutuhkan pasokan 60 tangki, depo II juga berada di Banda Aceh memerlukan pasokan sebanyak 70 tangki, kemudian depo Meulaboh membutuhkan pasokan sebanyak 20 tangki. Kapasitas pasokan dari Medan hanya mampu memasok sebanyak 80 tangki sedangkan Pematang Siantar mampu memasok kurang lebih 70 tangki. Setelah dihitung-hitung ternyata biaya transportasi pertangki dari Medan ke Banda Aceh 1, Banda Aceh 2, dan Meulaboh masing-masing Rp. 250.000,- Rp. 275.000,- dan Rp. 400.000,-. Sedangkan dari Pematang Siantar ke Banda Aceh 1, Banda Aceh 2, Meulaboh masing-masing Rp. 300.000,- Rp. 250.000,- dan Rp. 350.000,-. Untuk itu perlu ditentukan biaya transportasi total optimum yang mungkin terjadi. Penyelesaian: pada langkah pertama (tahap inisialisasi) terlebih dahulu membuat tabel transportasi sebelum fisibel basis awal ditentukan dengan menggunakan metode pendekatan Vogel.

**Tabel 2.** *Persoalan Transportasi untuk Jumlah Suply sama dengan Demand (biaya dalam ribuan rupiah)*

| Tujuan<br>Sumber     | Banda Aceh 1<br>(1) | Banda Aceh 2<br>(2) | Meulaboh | Supply |
|----------------------|---------------------|---------------------|----------|--------|
| Medan (1)            | 250                 | 275                 | 400      | 80     |
| Pematang Siantar (2) | 300                 | 250                 | 350      | 70     |
| Demand               | 60                  | 70                  | 20       | 150    |

**Tabel 2.** *Penyelesaian Pertama Persoalan Transportasi dengan Metode Pendekatan Vogel*

| Tujuan<br>Sumber        | Banda Aceh<br>1 (1) | Banda Aceh<br>2 (2) | Meulaboh<br>(3) | Supply | Penalty |
|-------------------------|---------------------|---------------------|-----------------|--------|---------|
| Medan (1)               | 250                 | 275                 | 400             | 80     | 25      |
| Pematang<br>Siantar (2) | 300                 | 250                 | 350             | 70     | 50      |
| <i>Demand</i>           | 60                  | 70                  | 20              | 150    |         |
| Penalty                 | 50                  | 25                  | 50              |        |         |

**Tabel 3.** *Penyelesaian Kedua Persoalan Transportasi dengan Metode Pendekatan Vogel*

| Tujuan<br>Sumber        | Banda Aceh<br>1 (1) | Banda Aceh<br>2 (2) | Meulaboh<br>(3) | Supply | Penalty |
|-------------------------|---------------------|---------------------|-----------------|--------|---------|
| Medan (1)               | 250<br>60           | 275                 | 400             | 20     | 125     |
| Pematang<br>Siantar (2) | 300                 | 250                 | 350             | 70     | 100     |
| <i>Demand</i>           |                     | 70                  | 20              | 150    |         |
| Penalty                 |                     | 25                  | 50              |        |         |

**Tabel 4.** *Penyelesaian Ketiga Persoalan Transportasi dengan Metode Pendekatan Vogel*

| Tujuan<br>Sumber        | Banda Aceh<br>1 (1) | Banda Aceh<br>2 (2) | Meulaboh<br>(3) | Supply | Penalty |
|-------------------------|---------------------|---------------------|-----------------|--------|---------|
| Medan (1)               | 250<br>60           | 275<br>20           | 400             |        |         |
| Pematang<br>Siantar (2) | 300                 | 250                 | 350             | 70     |         |
| <i>Demand</i>           |                     | 50                  | 20              |        |         |
| Penalty                 |                     |                     |                 |        |         |

**Tabel 5.** *Penyelesaian Keempat (terakhir) Persoalan Transportasi dengan Metode Pendekatan Vogel*

| Tujuan<br>Sumber        | Banda Aceh 1<br>(1) | Banda Aceh 2<br>(2) | Meulaboh  | Supply |
|-------------------------|---------------------|---------------------|-----------|--------|
| Medan (1)               | 250<br>60           | 275<br>20           | 400       | 80     |
| Pematang<br>Siantar (2) | 300                 | 250<br>50           | 350<br>20 | 70     |
| <i>Demand</i>           | 60                  | 70                  | 20        | 150    |

Dari Tabel 5 maka diperoleh solusi fisibel basis awal, adalah:

$$x_{11} = 60, x_{12} = 20, x_{22} = 50, x_{23} = 20$$

Sedangkan biaya transportasi minimum:

$$\begin{aligned} Z &= c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{22}x_{22} + c_{23}x_{23} \\ &= (250.60) + (275.20) + (250.50) + (350.20) = 40,000 \end{aligned}$$

Biaya transportasi menggunakan perseribu maka biaya sebenarnya adalah sebesar Rp. 40.000.000,-

Selanjutnya langkah kedua (tahap pengoptimalan) digunakan metode Multiplier. Langkah awal yang dilakukan yaitu melihat kembali Tabel 5, dimana  $m=2$ ,  $n=3$ , dan sel yang terisi adalah

$m + n - 1 = 2 + 3 - 1 = 4$ . Seterusnya dibentuk persamaan yang berkaitan dengan variabel basis:

$$x_{11} : u_1 + v_1 = c_{11} = 250$$

$$x_{12} : u_1 + v_2 = c_{12} = 275$$

$$x_{22} : u_2 + v_2 = c_{22} = 250$$

$$x_{23} : u_2 + v_3 = c_{23} = 350$$

Dengan memberikan  $u_1 = 0$ , maka didapat nilai-nilai multiplier:

$$x_{11} : 0 + v_1 = 250, \quad v_1 = 250$$

$$x_{12} : 0 + v_2 = 275, \quad v_2 = 275$$

$$x_{22} : u_2 + 275 = 250, \quad u_2 = -25$$

$$x_{23} : -25 + v_3 = 350, \quad v_3 = 375$$

Sehingga diperoleh evaluasi variabel non basis sebagai berikut:

$$x_{13} : \widetilde{c}_{13} = c_{13} - u_1 - v_3 = 400 - 0 - 375 = 25$$

$$x_{21} : \widetilde{c}_{21} = c_{21} - u_2 - v_1 = 300 - (-25) - 250 = 75$$

Karena evaluasi variabel non basis yang telah didapat bernilai positif, maka dikatakan bahwa bentuk model transportasi tersebut sudah optimal. Sehingga tidak perlu dilakukan langkah selanjutnya.

#### D. KESIMPULAN

Pada pemakaian metode simpleks transportasi, digunakan metode pendekatan vogel yang merupakan cara terbaik untuk memperoleh solusi basis awal, karena penyelesaiannya selalu mendekati solusi optimal jika dibandingkan dengan metode yang lain. Penggunaan metode multiplier pada tahap pengoptimalan merupakan cara yang paling cepat dan efektif dari segi pengidentifikasian semua jalur jika dibandingkan dengan metode stepping stone.

**DAFTAR PUSTAKA**

1. Bronson, R, Hans J. Wospakrik, *Teori dan Soal-soal Operation Research*, Erlangga. Jakarta (1996).
2. Dimiyati, T.T, Ahmad Dimiyati, *Operation Reasearch, Model-model Pengambilan Keputusan*, Sinar Baru Algesindo. Bandung (1992).
3. Mulyono, Sri, *Operations Research, Edisi Kedua*, Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia, Jakarta (1999).
4. Prاتمoko, Agus, *Sistem Distribusi Bahan Ajar Universitas Terbuka menggunakan Metode Simpleks Transportasi* (Tinjauan Alternatif).  
<http://jurnal.matematika.sains.dan.teknologi/vol3.no1.maret2002.htm>. Maret 2006.
5. Taha, Hamdy A, *Operation Research: An Introduction, Fifth Edition*, Prentice Hall International, 1862.